ידע תוכן, ידע פדגוגי-תוכני ותחושת מסוגלות להוראה: המקרה של גננות והנדסה

פרופ' פסיה צמיר
אוניברסיטת תל-אביב[1]
pessia@post.tau.ac.il
פרופ' דינה תירוש
אוניברסיטת תל-אביב
dina@post.tau.ac.il
ד"ר רותי ברקאי
אוניברסיטת תל-אביב
Ruthi11@netvision.net.il
ד"ר אסתר לוינסון
אוניברסיטת תל-אביב
Levenso@post.tau.ac.il
ד"ר מיכל טבח
אוניברסיטת תל אביב
tabachm@post.tau.ac.il

תקציר

משרד החינוך פרסם לאחרונה תכנית לימודים במתמטיקה לחינוך קדם יסודי (משרד החינוך, תשס"ח). לצורך הפעלת התכנית יש לפתח תכניות הכשרה וקידום מקצועי לגננות. על תכניות אלו להתמקד, בין השאר, בקידום הידע הנדרש להוראת מתמטיקה בגן הילדים תוך התייחסות לתחושת המסוגלות העצמית של הגננות להוראת תכנים אלו. מאמר זה מתמקד בבדיקת שני מרכיבי ידע (ידע תוכן וידע פדגוגי-תוכני) בשני נושאים הכלולים בתכנית הלימודים בהנדסה בגן: משולשים ומחומשים. נוסף על כך נבדקת תחושת המסוגלות העצמית של הגננות לגבי נושאים אלו והזיקה בין מרכיבי הידע לבין תחושת המסוגלות העצמית. לצורך זה פותח שאלון ובו פריטים הבודקים ידע תוכן וידע פדגוגי-תוכני לגבי משולשים ומחומשים ותחושת מסוגלות עצמית בהקשר למרכיבים אלו. ניתוח הממצאים מעלה שהידע ותחושת המסוגלות העצמית אינם עומדים תמיד בהלימה. ממצאים אלו עשויים לתרום לפיתוח תכניות הכשרה וקידום מקצועי של גננות.

מילות מפתח: הוראת מתמטיקה בגן הילדים, מסוגלות להוראה, ידע תוכן, ידע פדגוגי-תוכני

---

[1] מחקר זה (654/10) נתמך על ידי הקרן הישראלית למדע.

רקע תאורטי

בחלק הראשון נציג את המסגרת התאורטית לגבי ידע הוראתי ולגבי תחושת מסוגלות להוראה שבה נעשה שימוש במאמר זה. בחלק השני נתייחס להוראת המתמטיקה בגני ילדים, לידע ההוראתי ולתחושת המסוגלות העצמית בהקשר זה.

מסגרת העבודה לבדיקת ידע ותחושת מסוגלות הנדרשים להוראה

המסגרת שאותה פיתחנו לשם בדיקת ידע תוכן, ידע פדגוגי-תוכני, תחושת המסוגלות העצמית והזיקה בין סוגי ידע אלו לבין תחושת המסוגלות העצמית מבוססת על מאמריו הקלסיים של שולמן לגבי ידע הנדרש להוראה (Shulman, 1986, 1987), ועל מאמריה של בול ועמיתיה לגבי ידע הנדרש להוראת מתמטיקה (Ball, Thames & Phelps, 2008). מסגרת זו מוצגת במאמר בלוויית הדגמות להוראת זיהוי משולשים וזיהוי מחומשים בגן.

במאמריו ובכתביו של שולמן (Shulman, 1986) מוגדרים סוגי הידע הנדרשים להוראה. בתחום החינוך המתמטי ההתמקדות היא בשני מרכיבי ידע עיקריים: ידע תוכן (Subject Matter Knowledge – SMK) וידע פדגוגי-תוכני (Pedagogical – PCK Content Knowledge). ידע תוכן של המקצוע כולל הכרה מעמיקה של מבנה תחום הדעת, כלומר ידיעת העובדות, המושגים, המבנים והעקרונות בתחום, אופן ארגונם והקשרים ביניהם. על פי שולמן מורה חייב לא רק לדעת שדבר-מה הוא כפי שהוא, אלא גם מדוע הוא כפי שהוא. נוסף על כך על המורה להכיר את מתודות החקירה בתחום הדעת. ידיעה זו חיונית לצורך פתרון בעיות בתחום התוכן. לפיכך אנו מבחינות בין שני היבטים של ידע תוכן: (1) מתן פתרונות, כלומר היכולת לפתור בעיות ולנמק את הפתרון (למשל, היכולת להבחין בין דוגמאות לבין אי-דוגמאות של משולשים ולנמק כראוי את ההבחנה); (2) הערכת פתרונות, כלומר היכולת להעריך את הנכונות המתמטית של פתרונות ושל הנמקות נתונות (למשל, היכולת לשפוט אם צורות שזוהו כמשולשים הן אכן משולשים ואם הנימוק המלווה שיפוט שהוצג נוסח כראוי ובאמת מנמק את השיפוט). ידע פדגוגי-תוכני הוא ידע ייחודי למורים והוא מתפתח במהלך ההוראה. סוג ידע זה כולל הכרת דרכי חשיבה וטעויות אופייניות של תלמידים בנושאים ספציפיים וידיעה כיצד תלמידים מבינים נושאים, עקרונות ותהליכים. הדברים אמורים בהכרת רמת הקושי של מושגים ושל פרוצדורות בנושאים הנלמדים והכרת הדרכים להצגת הרעיונות בתחום התוכן, למשל אנלוגיות והדגמות. בול ועמיתיה (Ball, Thames & Phelps, 2008) הציעו להתייחס לשני היבטים של ידע פדגוגי-תוכני בהקשר להוראת מתמטיקה: (1) תפיסות אופייניות של תלמידים, כלומר הכרת תפיסות

אופייניות, נכונות ושגויות, של תלמידים לגבי נושאים מתמטיים (למשל, לגבי משולשים); (2) עיצוב מטלות, כלומר היכולת לפתח משימות אבחון ורצפי הוראה לגבי נושא מתמטי מסוים בהקשר מסוים למשל, לגבי הוראת משולשים בגן.

מרכיב חשוב אחר הקשור להוראה של נושא מסוים הוא תחושת המסוגלות העצמית של המורה לגבי יכולתו להורות נושא זה. החוקרים אקט ובטס (Hackett & Betz, 1989) הגדירו תחושת מסוגלות עצמית במתמטיקה כתחושת הביטחון האישית של הפרט לגבי יכולתו לפתור מטלות מתמטיות למיניהן. ממצאי המחקר מדווחים כי תחושת המסוגלות העצמית קשורה לידע (Lerman, 2009; Törner, 2002). תחושת מסוגלות עצמית של מורים מתייחסת לעשייה הרחבה של המורה בכיתה. מחקרים מדווחים כי: (א) קידום ידע מתמטי של מורים תורם באופן ניכר לתחושת המסוגלות העצמית שלהם להוראת מתמטיקה (למשל, Sarikaya, Cakiroglu & Tekkaya, 2005), (ב) מורים המאמינים ביכולתם בהוראה נוטים להיות פתוחים יותר לרעיונות חדשים וכן נוטים לאמץ חידושים בהוראה (Ghaith & Yaghi, 1997) וכי (ג) קיימת זיקה בין תחושת מסוגלות עצמית לבין אופני התמודדות של המורה עם הקשיים של תלמידיו (Ashton & Webb, 1986; Evans & Tribble, 1986; Meijer & Foster, 1988; Podell & Soodak, 1993). נוסף על כך נמצא כי רמת תחושת המסוגלות העצמית של אותו אדם אינה קבועה ותלויה בכל מיני גורמים כגון אופי התחום וטבע המשימה (Bandura, 1997), לכן במסגרת המוצעת במאמר זה נתייחס בנפרד לתחושת המסוגלות העצמית לגבי סוגי הידע הנדרשים להוראה אשר צוינו קודם.

טבלה 1 מציגה את מסגרת המחקר תוך התייחסות לארבעת ההיבטים של הידע הנדרש להוראה ולתחושת המסוגלות העצמית של המורה לגבי כל אחד מהיבטים אלו. תאים 1-2 מתייחסים לידע תוכן, תאים 3-4 מתייחסים לידע פדגוגי-תוכני ותאים 5-8 מתייחסים לתחושת המסוגלות העצמית לגבי כל אחד מהיבטי הידע.

טבלה 1: מסגרת העבודה לבדיקת ידע ותחושת מסוגלות עצמית הנדרשים להוראה

	ידע תוכן		ידע פדגוגי-תוכני	
	מתן פתרונות	הערכת פתרונות	תפיסות אופייניות של ילדים	עיצוב מטלות
ידע	תא 1	תא 2	תא 3	תא 4
תחושת מסוגלות	תא 5	תא 6	תא 7	תא 8

נציג כעת דוגמאות להיבטי הידע ולתחושת המסוגלות המתאימים לתאים בטבלה תוך התייחסות לנושאים המתמטיים שבהם המאמר מתמקד, כלומר לזיהוי משולשים ולזיהוי מחומשים בגני ילדים.

תא 1 - מתן פתרונות: מתן הגדרה למשולש ולמחומש; זיהוי דוגמאות ואי-דוגמאות של משולשים ושל מחומשים; מתן הסברים והנמקות לזיהוי צורה (משולש - לא משולש, מחומש - לא מחומש).

תא 2 - הערכת פתרונות: הערכה של שיפוט נכון או שגוי המוצג באמצעות מיון של מגוון צורות הנדסיות וכן הערכה של הנמקות נכונות ושגויות הנלוות למיון הצורות.

תא 3 - ידע בתפיסות אופייניות של ילדים: היכרות עם דימויי המושג של ילדי גן על משולשים ומחומשים. היכרות עם דוגמאות ואי-דוגמאות של צורות שילדים מזהים לעומת דוגמאות ואי-דוגמאות שילדים נוטים לשגות בזיהוין.

תא 4 - ידע בעיצוב מטלות: בניית מטלות המאבחנות את הידע של הילדים במגוון צורות, ובהתאם לכך עיצוב מטלות לקידום ידע זה.

תא 5 - תחושת מסוגלות עצמית במתן פתרונות: תחושת המסוגלות העצמית בהתייחס ליכולת להגדיר משולש ומחומש, לזהות דוגמאות ואי-דוגמאות של הצורות ולהציג נימוקים נלווים לזיהוי.

תא 6 - תחושת מסוגלות עצמית בהערכת פתרונות: תחושת המסוגלות העצמית לגבי היכולת להעריך הגדרות נכונות ושגויות של משולשים ושל מחומשים, של שיפוט נכון ושגוי לגבי זיהוי צורות גאומטריות ושל הנמקות הנלוות לזיהוי.

תא 7 - תחושת מסוגלות עצמית בתפיסות אופייניות של ילדים: תחושת המסוגלות העצמית לגבי הכרת דימויי המושגים משולש ומחומש אצל ילדי גן, ותחושת המסוגלות העצמית בהתייחס להכרת דוגמאות ואי-דוגמאות של צורות שאותן יזהו ילדים נכון ודוגמאות ואי-דוגמאות שבהן ישגו.

תא 8 - תחושת מסוגלות עצמית בעיצוב מטלות: תחושת המסוגלות העצמית לגבי היכולת לעצב מטלות מאבחנות ומטלות המקדמות את הידע של הילדים בזיהוי משולשים ומחומשים.

המסגרת המוצגת בטבלה 1 סייעה בבנייה שיטתית של פריטים לבדיקת ידע תוכן, ידע פדגוגי-תוכני, תחושת מסוגלות עצמית והזיקה בין הידע לבין תחושת המסוגלות העצמית של גננות לגבי משולשים ומחומשים. הדגמות לפריטים ניתנות בפרק 'השיטה'.

בטרם נפנה לתיאור השיטה ברצוננו להתייחס לתהייה שעשויה לעלות אצל הקורא לגבי הנחיצות בהוראת המתמטיקה בגן הילדים בכלל, לגבי הוראת ההנדסה והתייחסות לזיהוי משולשים ומחומשים בפרט, ולגבי הצורך בטיפוח הידע הנדרש להוראתם בגן.

מתמטיקה בגן הילדים

בשנים האחרונות חוקרים, אנשי חינוך מתמטי ומפתחי תכניות לימוד בתחום הוראת המתמטיקה מדגישים כי לעיסוק המתמטי בגן הילדים חשיבות רבה ומדווחים כי ידע מתמטי בגיל צעיר מנבא הצלחה במתמטיקה בהמשך הלימודים (Jimerson, Egelnad & Teo, 1999). העלייה בחקר למידת המתמטיקה והוראתה לילדים צעירים (בני 3 עד 7) באה לידי ביטוי בכמה אופנים ובהם ביצירת קבוצות עבודה בין-לאומיות בתחום זה. למשל, בארצות הברית בנייר עמדה משותף של האיגוד הלאומי לחינוך ילדים צעירים (The National Association for the Education of Young Children – NAEYC, 2002) ושל המועצה הלאומית למורים למתמטיקה (The National Council for Teachers of Mathematics – NCTM, 2002) נטען כי הוראת מתמטיקה באיכות גבוהה מאתגרת ונגישה לילדים בני 3 עד 7 היא יסוד חיוני ללמידת מתמטיקה בעתיד. במדינות אחרות חלה עלייה בקריאה לשלב את המתמטיקה בתכנית הלימודים בגן הילדים ומוצעות דרכים לעשייה זו. למשל, באנגליה הופץ מדריך מעשי להוראה לילדים בגיל צעיר (Practice Guidance for the Early Years Foundation Stage, 2008) והוא מציע מגוון דרכים לפיתוח ידע מתמטי של ילדים צעירים מאוד (בני 0-5). בישראל פרסם משרד החינוך לאחרונה תכנית לימודים מחייבת לחינוך הקדם יסודי (בני 3-6). בתכנית שלושה נושאים עיקריים: מושג המספר, תחושה מרחבית והנדסה ומושגים כמותיים בחיי היום-יום (משרד החינוך, תשס"ח).

במחקר זה בחרנו להתמקד בהנדסה מהסיבות שלהלן: (1) זהו אחד משלושת הנושאים העיקריים בתכנית הלימודים במתמטיקה לחינוך הקדם יסודי (משרד החינוך, תשס"ח); (2) נושא זה הוא חלק בלתי נפרד מתכנית הלימודים במתמטיקה בבית הספר היסודי ובבית הספר העל-יסודי; (3) ההנדסה היא אחד הנושאים שגננות ומורים מצהירים שידיעתו והוראתו בעייתיים במיוחד (Jones, Mooney & Harries, 2002), העיסוק בו בגן הילדים שטחי ומועט (Clements & Sarama, 2007; Tsamir & Tirosh, 2009) ועם זה, יש ראיות לכך שאפשר ואף ראוי לפתח ולשפר את החשיבה הגאומטרית של ילדי הגנים (Clements, Swaminathan, Hannibal & Sarama, 1999).

על פי תאוריית ואן-הילה (Van Hiele, 1958) חשיבה גאומטרית מתפתחת בהתאם לחמש רמות היירכיות המובילות לחשיבה דדוקטיבית. שתי הרמות הרלוונטיות ביותר לגיל הגן הן הרמה הבסיסית ביותר (רמה 1 על פי ואן-הילה) המאופיינת בתפיסה חזותית-גלובלית. **ברמה הראשונה** הילדים מכירים צורות שונות זו מזו ומבחינים ביניהן בהסתמך על ההיבט הוויזואלי של הצורה ולא על פי מרכיבי הצורה ותכונותיה. ברמת חשיבה זו, למשל, הילד מזהה משולשים בייצוגים "ידידותיים" שלהם (למשל, משולש שווה שוקיים שהבסיס מקביל לשוליים התחתונים של הדף) ואף קורא לצורה בשם משולש, אך הוא מסתמך על המראה הכללי בלבד. לכן בשלב זה לעתים קרובות הילדים קוראים בשם משולש לצורה הדומה מבחינה ויזואלית-גלובלית למשולש אך היא אינה משולש. **ברמה השנייה** הילדים מסוגלים לפרק את הצורה לחלקיה ולזהות את מגוון תכונותיה תוך התייחסות לתכונות קריטיות ולתכונות שאינן קריטיות (Hershkowitz, 1989). בהקשר למשולש, החשיבה ברמה השנייה מתאפיינת בזיהוי תכונות קריטיות של משולשים כגון שלושה קדקודים או שלוש צלעות, אך הילדים אינם מקשרים בהכרח בין קיום שלושה קדקודים לבין קיום שלוש צלעות.

בתכנית הלימודים במתמטיקה לחינוך הקדם יסודי יש התייחסות מפורשת לחשיבות של פיתוח החשיבה הגאומטרית של ילדי הגן במונחי תאוריית ואן-הילה: "[...] יש חשיבות למתן אפשרויות מתאימות לילד למעבר מן הרמה הראשונה לשנייה" (תכנית לימודים במתמטיקה לחינוך הקדם יסודי, תשס"ח עמ' 7). בתכנית הלימודים מובהר כי לקראת כניסתם לבית הספר היסודי הילדים צריכים להכיר צורות הנדסיות כמו למשל, לזהות מצולעים למיניהם על פי מספר הקדקודים ומספר הצלעות שלהם (המאמר הנוכחי מתמקד בשני מצולעים: משולשים ומחומשים).

האחריות להפעלת תכנית הלימודים במתמטיקה לגיל הרך מוטלת במידה רבה על הגננות הנמצאות כיום בגני הילדים. בתכנית הלימודים בישראל מצוין במפורש כי: "לגננת תפקיד חשוב בטיפוח יכולות מתמטיות של ילדים. על הגננת להקדיש תשומת לב לפעילויות מתמטיות מתוכננות וכן לפעילויות מתמטיות המתעוררות באופן ספונטני בעשייה היום-יומית בגן ולשים לב להתפתחות המתמטית של הילדים" (תשס"ח, עמ' 8). אמירות דומות מופיעות בתכניות לימודים, בניירות עמדה ובמחקרים. עם זה, בתכניות ההכשרה לגננות לא מושם, בדרך כלל, דגש על ההיבטים המתמטיים החיוניים להוראת המתמטיקה בגן (Ginsburg, Lee & Boyd, 2008). כמו כן נמצא כי מרבית גני הילדים מייחדים זמן מועט לפעילויות מתמטיות (Farran, Lipsey, Watson & Hurley, 2007). לפיכך אין זה מפתיע שבארצות רבות עולה קריאה לפיתוח מקצועי מתמטי של גננות.

כך למשל, האגודה האוסטרלית של מורים למתמטיקה והאגודה לגיל הרך באוסטרליה פרסמו נייר עמדה משותף הממליץ על פיתוח מקצועי מתמשך של גננות לקידום הידע המתמטי, הכישורים ותחושת הביטחון שלהן בהוראת המתמטיקה בגיל הרך (AAMT & ECA, 2006). גם בישראל עושים מאמצים להפניית משאבים לטיפוח הידע הנדרש להוראת המתמטיקה בגן באמצעות השתלמויות ייחודיות לגננות בתחום זה. הכנת השתלמויות אלו דורשת הכרה מעמיקה של מאפייני הידע הנדרש להוראת המתמטיקה של גננות ושל תחושת המסוגלות העצמית שלהן להוראה זו.

בהתאם לכך המחקר הנוכחי בוחן את הידע ואת תחושת המסוגלות העצמית הנדרשים להוראת משולשים ומחומשים בגן הילדים. במחקר בדקנו ארבעה היבטים עיקריים של ידע זה, תחושת מסוגלות עצמית לגבי כל היבט וכן זיקה בין היבטי הידע לבין תחושת המסוגלות העצמית של הגננות.

השיטה

מדגם

במחקר השתתפו שבע-עשרה גננות המלמדות בגני ילדים עירוניים. כל אחת מהגננות סיימה לפחות תואר ראשון בחינוך.

כלים

כלי המחקר העיקרי הוא שאלון שבאמצעותו נבדק הידע של הגננות לגבי כל אחד משמונת התאים שהוצגו בטבלה 1. השאלון הורכב משלושה תתי-שאלונים: תת-שאלון 'ידע', תת-שאלון 'עיצוב מטלות' ותת-שאלון 'תחושת מסוגלות עצמית'. לתיקוף השאלונים ביקשנו מכמה אנשי חינוך העוסקים בהוראת המתמטיקה (חוקרים, מורי מורים, סטודנטים להוראת המתמטיקה וגננות) להשיב על השאלון. השאלות בשאלון נמצאו מתאימות ומשרתות את מטרת המחקר. ניסוחים תוקנו בהתאם להערות המשיבים.

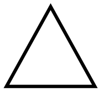
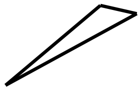
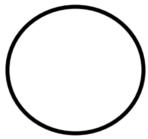
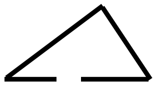
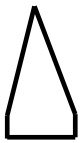
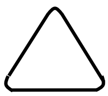
תת-השאלון 'ידע'

תת-שאלון זה בדק את הידע של הגננות בנוגע לשלושה תאים בטבלה 1: ידע במתן פתרונות (תא 1), ידע בהערכת פתרונות (תא 2) וידע בתפיסות אופייניות של ילדים (תא 3). בדיקת הידע בשלושת ההיבטים האלה נעשתה באמצעות בקשה להתייחס בכמה דרכים לדוגמאות ולאי-דוגמאות, אינטואיטיביות ולא אינטואיטיביות, של משולשים (ראו טבלה 2) ושל מחומשים (ראו טבלה 3).

הצורות שהוצגו בשאלון זה ומתוארות בצורה סכמטית בטבלאות 2 ו-3 נבחרו על פי שיקולים מתמטיים ועל פי שיקולים פסיכו-דידקטיים. השיקול המתמטי הוליך להצגת דוגמאות ואי-דוגמאות של כל אחד מהמושגים מתוך תפיסה שלפיה היכולת למיין צורות נתונות לדוגמאות ולאי-דוגמאות של המושג המתמטי מעידה על ידע מתמטי של הלומד. ההבחנה בין דוגמאות לבין אי-דוגמאות של מושגים מתמטיים נעשית בהתאם להגדרות המתמטיות של המושגים והיא חד-משמעית. השיקול הפסיכו-דידקטי הוביל לכך שבשאלון הוצגו צורות 'אינטואיטיביות' וצורות 'לא אינטואיטיביות' עבור ילדי גן.

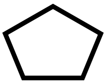
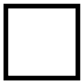
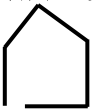
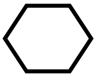
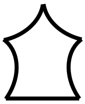
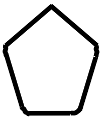
הצורות האינטואיטיביות שהוצגו בשאלון הן אלה שממצאי המחקרים מדווחים שהן 'אינטואיטיביות', כלומר צורות שילדי גן נוטים לראות בהן דוגמאות או אי-דוגמאות של המושג. כך למשל, משולש שווה צלעות ומשולש שווה שוקיים במנח מסוים (אחת הצלעות או הבסיס בהתאמה "מקבילים" לשוליים התחתונים של הדף) הם דוגמאות אינטואיטיביות של משולשים (Hershkowitz, 1990) ומחומש משוכלל הוא דוגמה אינטואיטיבית למחומש (Tsamir, Tirosh & Levenson, 2008b). צורות כמו ריבוע או עיגול מוכרות למרבית הילדים, והם רואים בהן אי-דוגמאות אינטואיטיביות למשולש ולמחומש. הצורות הלא אינטואיטיביות שהוצגו בשאלון הן אלה שממצאי המחקרים מדווחים שילדי גן נוטים לשגות במשימת זיהוין, והם רואים בהן דוגמאות או אי-דוגמאות של המושג. למשל, משולש קהה זווית אינו מזוהה באופן אינטואיטיבי כמשולש מכיוון שהוא "צר מדיי" (Tsamir, Tirosh & Levenson, 2008a) ומחומש קעור אינו מזוהה כמחומש (Tsamir, Tirosh & Levenson, 2008b). מרבית הפריטים מציגים אי-דוגמאות לא אינטואיטיביות תוך שלילת תכונות קריטיות של הצורות: שלילת הסגירות באמצעות הצגת צורות פתוחות, שלילת הדרישה לחמש צלעות במחומש באמצעות הצגת משושה, וכן שלילת "שפיציות" הקדקודים ושלילת היות הצלעות קטעים. הצגה זו מאפשרת לבחון את מידת ההיכרות של המשיבים עם התכונות הקריטיות של כל צורה ולעמוד על השלב שבו הם נמצאים על פי תאוריית ואן-הילה (Van Hiele, 1958).

טבלה 2: האם זה משולש?

היבט פסיכו-דידקטי **היבט מתמטי**	**אינטואיטיביות**	**לא אינטואיטיביות**
דוגמאות	תא 2.1: משולשים (דוגמאות אינטואיטיביות) א. משולש שווה צלעות 	תא 2.2: משולשים (דוגמאות לא אינטואיטיביות) ב. משולש קהה זווית 
אי-דוגמאות	תא 2.3: לא משולשים (דוגמאות אינטואיטיביות) (*) 	תא 2.4: לא משולשים (דוגמאות לא אינטואיטיביות) ג. "משולש" פתוח  ד. "משולש" בעל קו עקום  ה. מחומש מאורך  ו. "משולש" מעוגל פינות 

(*) לגננות לא הוצג פריט זה.

טבלה 3: האם זה מחומש?

היבט פסיכו-דידקטי **היבט מתמטי**	**אינטואיטיביות**	**לא אינטואיטיביות**
דוגמאות	תא 3.1: מחומשים (דוגמאות אינטואיטיביות) ז. מחומש משוכלל 	תא 3.2: מחומשים (דוגמאות לא אינטואיטיביות) ח. מחומש קעור 
אי-דוגמאות	תא 3.3: לא מחומשים (דוגמאות אינטואיטיביות) ט. ריבוע 	תא 3.4: לא מחומשים (דוגמאות לא אינטואיטיביות) י. "מחומש" פתוח  יא. משושה משוכלל  יב. "מחומש" בעל קווים עקומים  יג. "מחומש" מעוגל פינות 

נתאר כעת את הפריטים שבאמצעותם נבדק כל אחד משלושת היבטי הידע המוצגים בתת- השאלון 'ידע'.

ידע במתן פתרונות: על כל אחת משש הצורות המוצגות בטבלה 2 נשאלו הגננות אם הצורה היא משולש (זיהוי) ולמה (נימוק). באופן דומה נשאלו הגננות על כל אחת משבע הצורות המוצגות בטבלה 3 אם הצורה היא מחומש ולמה.

ידע בהערכת פתרונות: לגננות הוצגו תשובות (שיפוטים והנמקות) שנתן, כביכול, הילד "יוסי" בסיום גן חובה בהקשר לזיהוי דוגמאות ואי-דוגמאות של משולשים (משולש

שווה צלעות, משולש קהה זווית, "משולש" בעל קו עקום, "משולש" מעוגל פינות) ושל מחומשים (מחומש משוכלל, מחומש קעור, "מחומש" פתוח, משושה משוכלל).

הנימוקים הציגו תפיסות אופייניות של צורות אלו, נכונות ושגויות, של ילדים ושל מבוגרים. בכל פריט הוצג השיפוט של יוסי בדבר הזיהוי וההנמקה שנתן. למשל, ב"משולש" מעוגל הפינות הופיע ציור של הצורה. תגובתו של יוסי לשאלה אם זה משולש הייתה 'כן', וההסבר שנתן היה 'כי יש לו שלושה קווים'. הגננת התבקשה לקבוע אם השיפוט של יוסי נכון ואם ההסבר שלו מקובל עליה.

ידע לגבי תפיסות אופייניות של ילדים: הגננות התבקשו להתייחס לכל אחת מהצורות בטבלאות 2 ו-3 ולהשיב "האם ילדים בסוף גן חובה יזהו נכון צורה זו? כמעט כולם / רבים / כמחצית / מעטים / כמעט אף אחד".

תת-השאלון 'עיצוב מטלות'

תת-שאלון זה בדק את הידע של הגננות לגבי עיצוב מטלות לצורך אבחון הידע של ילדי הגן על משולשים ומחומשים. המטלה שהוצגה לגננות הייתה: "ציירי צורות והציגי אותן לילדים כדי **לאבחן את הידע** שלהם על משולשים והסבירי את בחירתך". מטלה דומה הוצגה על מחומשים.

תת-השאלון 'תחושת מסוגלות עצמית'

בתת-שאלון זה נבדקה תחושת המסוגלות העצמית של הגננות באמצעות 34 היגדים. כל היגד חל על ארבעת היבטי הידע הנדרשים להוראה (תאים 5-8 בטבלה 1). הגננות התבקשו לסמן את מידת ההסכמה שלהן בסולם מ-1 עד 4 (1 - לא מסכימה, 2 - מסכימה חלקית, 3 - מסכימה, 4 - מסכימה בהחלט) לכל אחד מההיגדים. להלן דוגמאות להיגדים:

תחושת מסוגלות עצמית במתן פתרונות (תא 5):

אם יראו לי **משולש,** אהיה מסוגלת לקבוע אם הוא **משולש**.

אם אזהה שצורה היא **משולש,** אהיה מסוגלת לנמק למה היא **משולש**.

תחושת מסוגלות עצמית בהערכת פתרונות (תא 6):

אם יציגו לי הסבר למה צורה היא **משולש,** אהיה מסוגלת לקבוע אם ההסבר נכון.

תחושת מסוגלות עצמית לגבי ידע על תפיסות אופייניות של ילדים (תא 7):

אם יראו לי **משולש,** אהיה מסוגלת לקבוע אם מרבית הילדים יזהו שהוא **משולש**.

תחושת מסוגלות עצמית בעיצוב מטלות (תא 8):

אני מסוגלת לבנות מטלות **שיאבחנו את הידע** של הילדים בנושא **משולש.**

מהלך

הגננות השיבו באופן יחידני על השאלון. תחילה הן התבקשו להשיב על תת-השאלון 'תחושת המסוגלות העצמית' (תאים 8-5 בטבלה 1) ולמסור אותו לחוקרת שנכחה בכיתה. לאחר מכן נמסר להן תת-השאלון 'עיצוב מטלות' (תא 4 בטבלה 1) ולאחר שהשיבו ומסרו חלק זה הן התבקשו להשיב על תת-השאלון 'ידע', שבו היו שאלות ידע בנוגע למתן פתרונות, להערכת פתרונות ולתפיסות אופייניות של ילדי הגן (תאים 3-1 בטבלה 1). סדר זה נקבע כדי למנוע השפעה אפשרית של תשובות הגננות לפריטים המצויים בתת-שאלון הידע על דיווחן לגבי תחושת המסוגלות העצמית ועל בחירת המטלות בתת-השאלון 'עיצוב מטלות'.

<u>ממצאים</u>

בחלק זה נציג תחילה את הממצאים לגבי ידע התוכן של הגננות בדבר זיהוי משולשים ומחומשים. לאחר מכן נציג את הממצאים לגבי הידע הפדגוגי-התוכני של הגננות בנושאים אלו, ולבסוף נציג את הממצאים לגבי תחושת המסוגלות העצמית של הגננות לגבי הוראת כל אחד מהנושאים.

ידע תוכן

שני ההיבטים של ידע התוכן שנבדקו במחקר הם: ידע במתן פתרונות וידע בהערכת פתרונות. נציג את הממצאים בכל אחד מהיבטים אלו.

ידע במתן פתרונות

ידע זה נבדק באמצעות ניתוח התשובות של הגננות לשש דוגמאות ואי-דוגמאות של משולשים ולשבע דוגמאות ואי-דוגמאות של מחומשים. טבלאות 4 ו-5 מציגות את שכיחות השיפוטים (באחוזים) של הגננות לגבי זיהוי משולשים וזיהוי מחומשים בהתאמה.

נתבונן בטבלאות 4 ו-5 תוך התייחסות למידת האינטואיטיביות של הצורות. בהלימה לספרות אחוז השיפוטים הנכונים לצורות אינטואיטיביות ובכלל זה לדוגמאות אינטואיטיביות (משולש שווה צלעות, מחומש משוכלל) ולאי-דוגמאות אינטואיטיביות (ריבוע) הוא הגבוה ביותר (יותר מ- 90%). באשר לדוגמאות לא אינטואיטיבית של הצורות אחוז השיפוטים הנכונים לדוגמה הלא אינטואיטיבית של המשולש הוא גבוה יחסית (88%) בעוד אחוז השיפוטים הנכונים לדוגמה הלא אינטואיטיבית של המחומש נמוך (62%) ולפריט זה ניתנו גם תשובות שגויות. השוני בין התגובות יכול לנבוע מכך שהשימוש בצורות קעורות במשחקי ילדים שכיח פחות מהשימוש בצורות קמורות

(Hershkowitz, 1990) וכן מתוך היכרות מבוססת יותר עם דוגמאות ואי-דוגמאות רבות יותר של משולשים מדוגמאות של מחומשים (אחוז הגננות ששפטו נכון דוגמאות ואי-דוגמאות של משולשים גבוה מאחוז הגננות ששפטו נכון דוגמאות ואי-דוגמאות של מחומשים [ממוצע של 83.5% לעומת ממוצע של 75% בהתאמה]).

טבלה 4: שכיחות השיפוטים (ב-%) בנוגע לזיהוי משולשים (N=17)

הצורה	**שיפוט נכון**	**שיפוט שגוי**	**לא ענו**
דוגמה אינטואיטיבית			
א. משולש שווה צלעות	100	-	-
דוגמה לא אינטואיטיבית			
ב. משולש קהה זווית	88	-	12
אי-דוגמאות לא אינטואיטיביות			
ג. "משולש" פתוח	88	-	12
ד. "משולש" בעל קו עקום	81	-	19
ה. מחומש מאורך	75	-	25
ו. "משולש" מעוגל פינות	69	12	19

טבלה 5: שכיחות השיפוטים (ב-%) בנוגע לזיהוי מחומשים (N=17)

הצורה	**שיפוט נכון**	**שיפוט שגוי**	**לא ענו**
דוגמה אינטואיטיבית			
ז. מחומש משוכלל	94	-	6
דוגמה לא אינטואיטיבית			
ח. מחומש קעור	62	19	19
אי-דוגמה אינטואיטיבית			
ט. ריבוע	94	-	6
אי-דוגמאות לא אינטואיטיביות			
י. "מחומש" פתוח	81	-	19
יא. משושה משוכלל	81	-	19
יב. "מחומש" בעל קווים עקומים	75	-	25
יג. "מחומש" מעוגל פינות	38	50	12

במרבית הפריטים הוצגו אי-דוגמאות לא אינטואיטיביות. מטבלאות 4 ו-5 אפשר לראות כי את שתי הצורות הפתוחות זיהו מרבית הגננות כאי-דוגמאות, ממצא התואם את הספרות שלפיה ההבחנה בין צורות פתוחות לבין צורות סגורות היא מהותית וקיימת כבר בגיל צעיר (Piaget & Inhelder, 1958). אחוז השיפוטים הנכונים הנמוך ביותר ניתן ל"משולש" מעוגל הפינות (אי-דוגמה לא אינטואיטיבית למשולש ול"מחומש" מעוגל הפינות (אי-דוגמה לא אינטואיטיבית למחומש). הגננות נימקו את קביעותיהן השגויות תוך שימוש בתכונות הקריטיות של משולשים ושל מחומשים (למשל, לגבי ה"מחומש" מעוגל הפינות: "לצורה יש 5 צלעות, 5 קדקודים ו-5 זוויות").

הרושם הנוצר מתגובות אלו הוא כי מקצת הגננות מכירות את התכונות הקריטיות של המשולש ושל המחומש אך דימויי המושגים צלע וקדקוד אינם יציבים דיים.

זוהו ארבע קטגוריות של הנמקות שהגננות הציגו לשיפוטיהן:
(1) שימוש בתכונות הקריטיות של הצורה: למשל "הצורה היא משולש כי היא מצולע בעל 3 צלעות".

(2) "לפי ההגדרה": ההגדרה לא צוינה אלא רק נאמר שהצורה מקיימת (או אינה מקיימת) את ההגדרה. למשל "אינו מקיים את ההגדרה של מחומש".

(3) נתינת שם הצורה: למשל "זה לא משולש כי זה מחומש" (נבהיר כי האמירה "זה לא משולש מפני שזה שם של צורה אחרת" אינה בהכרח מובילה לשיפוט נכון. למשל, האמירה "זה אינו משולש כיוון שזה מצולע" שגויה מכיוון שמשולשים הם גם מצולעים, כלומר יש לנמק את השלילה (מדוע זה אינו משולש).

(4) אחר. בקטגוריה זו נכללו אמירות לא רלוונטיות.

טבלאות 6 ו-7 מציגות את שכיחות נימוקי הגננות באשר לקביעה אם צורה נתונה היא משולש או מחומש בהתאמה. ההתייחסות היא רק לגננות ששפטו נכון את היותה של הצורה דוגמה או אי- דוגמה. מספר הגננות ששפטו נכון צורה זו מצוין בסוגריים בעמודה הראשונה בכל טבלה.

טבלה 6: שכיחות הנימוקים (ב-%) שהציגו הגננות (ששפטו נכון) – משולשים

	תכונות קריטיות	**"לפי ההגדרה"**	**מתן שם**	**נימוק אחר**
א. משולש שווה צלעות (N=17)	94	6	-	-
ב. משולש קהה זווית (N=15)	86	14	-	-
ג. "משולש" פתוח (N=15)	79	7	-	14
ד. "משולש" בעל קו עקום (N=14)	85	15	-	-
ה. מחומש מאורך (N=13)	50	17	17	16
ו. "משולש" מעוגל פינות (N=12)	90	10	-	-

טבלה 7: שכיחות הנימוקים (ב-%) שהציגו הגננות (ששפטו נכון) – מחומשים

	תכונות קריטיות	**"לפי ההגדרה"**	**מתן שם**	**נימוק אחר**
ז. מחומש משוכלל (N=16)	74	13	-	13
ח. מחומש קעור (N=10)	90	10	-	-
ט. ריבוע (N=16)	73	7	20	-
י. "מחומש" פתוח (N=14)	92	8	-	-
יא. משושה משוכלל (N=14)	61	8	31	-
יב. "מחומש" בעל קווים עקומים (N=13)	83	9	-	8
יג. "מחומש" מעוגל פינות (N=6)	83	17	-	-

מטבלאות 6 ו-7 אפשר לראות כי מרבית הגננות שהציגו שיפוט נכון, הן בהתייחס למשולש הן בהתייחס למחומש השתמשו בתכונות קריטיות. מרבית הגננות השתמשו בתכונות קריטיות של הצורה הן כדי לקבוע כי הצורה היא משולש או מחומש הן כדי לפסול את הצורה מלהיות משולש או מחומש. שתי גננות הציגו את הנימוק: "זה משולש (או מחומש) לפי ההגדרה" או "זה אינו מקיים את ההגדרה של משולש (או מחומש)". כמו כן מקצת הגננות ציינו את השמות **מחומש** (לצורה מחומש מאורך שניתנה כאי-דוגמה למשולש), **ריבוע ומשושה** כדי לנמק את זהותם כאי-דוגמאות.

ידע בהערכת פתרונות

בדיקת הידע של הגננות בהערכת פתרונות נעשתה באמצעות בקשה להתייחסות לתשובות אפשריות (שיפוטים נכונים ושגויים ונימוקים) שנתן יוסי לשאלות הקשורות לזיהוי ולנימוק של מגוון צורות. נתייחס להערכת הגננות את השיפוטים.

הממצאים בנוגע לשיפוטים (השאלה אם יוסי צדק בזיהוי שלו) מוצגים בטבלה 8. אפשר לראות מהטבלה כי מרבית הגננות העריכו נכון את שיפוטיו של יוסי בנוגע לדוגמאות ולאי-דוגמאות של משולשים (בין 88% ל-100% שיפוטים נכונים). שיפוט שגוי ניתן ל"משולש" מעוגל הפינות (בהתאמה לקושי שהתגלה בפריט זה בפתרונות שהגננות נתנו). אחוזי השיפוטים הנכונים בנוגע לדוגמאות ולאי-דוגמאות של מחומשים נמוכים יותר (בין 59% ל-71% שיפוטים שגויים ניתנו למחומש הקעור, וגם כאן בהלימה לקושי שנצפה בפריט זה בפתרונות שנתנו הגננות).

טבלה 8: שכיחות הערכות (ב-%) של הגננות לשיפוטים של יוסי (N=17)

צורה	הערכה נכונה	הערכה שגויה	לא ענתה
א. משולש שווה צלעות	100	-	-
ב. משולש קהה זווית	100	-	-
ד. "משולש" בעל קו עקום	94	-	6
ו. "משולש" מעוגל פינות	88	6	6
ז. מחומש משוכלל	71	-	29
ח. מחומש קעור	59	12	29
י. "מחומש" פתוח	71	-	29
יא. משושה משוכלל	71	-	29

(*) האותיות המופיעות ליד כל צורה הן האותיות שנתנו לכל צורה בטבלאות 2 ו-3.

ידע בתפיסות אופייניות של ילדים

בחלק זה התבקשו הגננות להתייחס לצורות ספציפיות (דוגמאות ואי-דוגמאות של משולשים או מחומשים) ולהשיב על השאלה מי מילדי הגן בסיום גן חובה יזהה נכון צורה זו. הגננות התבקשו לבחור אחת מתוך חמש אפשרויות: כמעט כולם - 5, רבים - 4, כמחצית - 3, מעטים - 2, כמעט אף אחד - 1.

הממצאים מעידים כי להערכת הגננות יזהו כמעט כל הילדים את המשולש שווה הצלעות כמשולש, הערכה הנמצאת בהלימה לממצאי המחקר (למשל, Clements et al., 1999).

באופן דומה ובהלימה לספרות הגננות מעריכות שהדוגמה האינטואיטיבית למחומש ואי-הדוגמה האינטואיטיבית למחומש – הריבוע, מוכרות למרבית הילדים (למשל Tsamir, Tirosh & Levenson, 2008a). לגבי הצורות האחרות, להערכת הגננות כמחצית מהילדים בסיום גן חובה יזהו אותן נכונה. הערכה זו נוטה לכמה כיוונים עבור מגוון צורות. עבור חלק מהצורות, הערכת הגננות היא הערכת יתר. כך למשל, על פי הספרות המשולש קהה הזווית קשה לזיהוי, וגם בסיום גן חובה יזהו אותו מעטים כדוגמה למשולש. גם את אי-הדוגמה הלא אינטואיטיבית למשולש, ה"משולש" מעוגל הפינות, ילדים מעטים מזהים כאי-דוגמה. באופן דומה, את אי-הדוגמאות הלא אינטואיטיביות למחומש, ה"מחומש" מעוגל הפינות והמשושה המשוכלל, ילדים מעטים מזהים כאי-דוגמה (Tirosh, Tsamir, Tabach, Levenson & Barkai, 2011). כלומר, במקרים אלו הערכת הגננות את הידע של ילדי הגן היא הערכת יתר. לעומת זאת, במקרים אחרים הערכת הגננות לוקה בחסר. כך למשל, רבים מילדי הגן מזהים את הצורות הפתוחות כאי-דוגמה למצולעים, וכך גם באשר לזיהוי הצורות בעלות הקווים העקומים.

ידע בעיצוב מטלות

המטלה שהוצגה לגננות הייתה: ציירי צורות והציגי לילדים כדי **לאבחן את הידע** שלהם על משולשים. מספרי את הצורות והסבירי את בחירתך. שאלה זהה הוצגה על מחומשים.

טבלה 9 מציגה את הממצאים לפי השרטוטים שהציגו הגננות לאבחון הידע של ילדים בזיהוי משולשים ומחומשים.

טבלה 9: דוגמאות ואי-דוגמאות שהגננות שרטטו

	משולש	**מחומש**
	כמות	כמות
דוגמאות	64	38
דוגמאות אינטואיטיביות	22	28
דוגמאות לא אינטואיטיביות	42	10
אי-דוגמאות	18	15
אי-דוגמאות אינטואיטיביות	6	8
אי-דוגמאות לא אינטואיטיביות	12	7
דוגמאות ואי-דוגמאות	82	53

מטבלה 9 אפשר לראות כי כל הצורות שהציעו הגננות היו דו-ממדיות והתאימו מבחינה מתמטית לקטגוריות שהגננות שייכו אותן. למשולש הוצגו סרטוטים רבים יותר (דוגמאות ואי-דוגמאות למשולש) משהוצגו למחומש. כמו כן לכל אחת מהצורות הוצגו יותר סרטוטים של דוגמאות מסרטוטים של אי-דוגמאות, ומספר אי-הדוגמאות היה מצומצם למדיי. חשוב לציין כי כדי לאבחן את דימוי המושג של ילדים ולבדוק את מידת התאמתו להגדרת המושג יש להציג לילדים לא רק דוגמאות אלא גם מגוון רחב ושיטתי של אי-דוגמאות השוללות את התכונות הקריטיות של המושג. בכך מתאפשרת הבדיקה של הבנת ההכרחיות של כל אחת מהתכונות הקריטיות.

בהקשר למשולשים כל הגננות (פרט לאחת) הציגו לפחות דוגמה אינטואיטיבית אחת ולא יותר משתיים. הדוגמאות האינטואיטיביות שהגננות הציגו למשולשים היו של משולשים שווי צלעות, ושל משולשים שווי שוקיים. מרבית הגננות הציגו לפחות דוגמה אחת לא אינטואיטיבית של משולש. למשל, משולש קהה זווית או משולש שווה שוקיים "הפוך" (הבסיס מקביל לשוליים העליונים של הדף).

כפי שכבר ציינו היה מספר האי-דוגמאות למשולשים שהגננות הציגו מצומצם למדיי. רק שלוש גננות הציגו אי-דוגמאות אינטואיטיביות למשולש (ריבוע, מלבן, מעגל), ושש

גננות (כשליש) הציגו אי-דוגמאות לא אינטואיטיביות למשולש למשל, "משולש" מעוגל פינות או "משולש" בעל קווים מעוגלים.

בהתייחס למחומשים, מספר הדוגמאות והאי-דוגמאות שהציגו הגננות היה מועט. בממוצע הציגה כל גננת כשני סרטוטים. כל הגננות הציגו לפחות דוגמה אינטואיטיבית אחת של מחומש. פחות ממחצית מהגננות (7 גננות) הציגו דוגמאות לא אינטואיטיביות למחומש. למשל, מחומש קעור או מחומש מאורך. שלוש גננות הציגו אי-דוגמאות אינטואיטיביות למחומש (משולש, ריבוע, מלבן, עיגול) וחמש גננות הציגו אי-דוגמאות לא אינטואיטיביות למחומש למשל, משושה משוכלל או "מחומש" בעל קווים עקומים.

בדיקת תחושת המסוגלות העצמית של הגננות

תחושת המסוגלות העצמית של הגננות נבחנה באמצעות מידת הסכמתן עם היגדים תוך שימוש בסולם של 4 דרגות: מסכימה בהחלט - 4, מסכימה - 3, מסכימה חלקית - 2, לא מסכימה - 1. בטבלה 10 מוצגים ממוצעי תחושת המסוגלות העצמית של הגננות בנוגע למשולשים ולמחומשים.

טבלה 10: ממוצע תחושת המסוגלות העצמית לגבי כל אחד מהיבטי הידע (N=17)

תחושת המסוגלות לגבי	מתן פתרונות (תא 5)	הערכת פתרונות (תא 6)	תפיסות של ילדים (תא 7)	עיצוב מטלות (תא 8)
בנושא משולש	3.8	3.7	3.3	3.0
בנושא מחומש	3.3	3.2	2.8	2.8

אפשר לראות כי תחושת המסוגלות העצמית של הגננות לגבי כל אחד מארבעת היבטי הידע גבוהה יחסית. כלומר, הגננות מרגישות כי הן מסוגלות להציג פתרונות לשאלות מתמטיות לגבי משולשים ומחומשים ולהעריך פתרונות של אחרים בנושאים אלו. נוסף על כך הגננות חשות שהן מסוגלות ללמד את שני הנושאים בגן הן מבחינת היכרותן עם תפיסות אופייניות של ילדים הן מבחינת בניית מטלות מאבחנות ומקדמות ידע זה. עם זה, תחושת המסוגלות הכללית של הגננות בנושא המשולש היא 3.5, ואילו בנושא המחומש תחושת המסוגלות הכללית היא 3.0. הבדל זה בא לידי ביטוי בכל אחד מארבעת תחומי הידע – תחושת המסוגלות העצמית לגבי המשולש גבוהה מזו של המחומש.

נוסף על כך תחושת המסוגלות העצמית הקשורה לידע מתמטי (תאים 5-6) גבוהה מתחושת המסוגלות העצמית הקשורה לידע פדגוגי-תוכני (תאים 7-8): 3.5 מול 3.0. גם במקרה זה הפער בא לידי ביטוי בכל אחד מהנושאים בנפרד: 3.75 מול 3.15 בנושא

המשולש, ואילו בנושא המחומש 3.25 מול 2.8. כלומר, תחושתן של הגננות טובה יותר בנוגע לידע תחום התוכן מתחושתן בנוגע לידע הפדגוגי-התוכני שלהן בשני התחומים.

סיכום ומסקנות

נתייחס לתובנות בנוגע לידע התוכן ולידע הפדגוגי-התוכני הנדרש לצורך הוראת זיהוי המשולשים וזיהוי המחומשים בגן, לתחושת המסוגלות העצמית בנוגע להוראת נושאים אלו ולזיקה בין הידע לבין תחושת המסוגלות של הגננות שהשתתפו במחקר.

מהממצאים אפשר ללמוד כי תחושת המסוגלות העצמית של הגננות בנוגע לכל אחד מארבעת היבטי הידע גבוהה יחסית. תחושת המסוגלות העצמית של הגננות בנוגע לידע התוכן שלהן גבוהה מתחושת המסוגלות העצמית שלהן בנוגע לידע הפדגוגי-התוכני. תחושות אלו נמצאות בהלימה עם ידע הגננות: הממצאים מראים כי מרבית הגננות זיהו נכון את הצורות שהוצגו להן, הציגו נימוקים מתמטיים מתאימים וידעו להעריך את נכונות הפתרונות שהוצגו להן בתחום זה. לעומת זאת, הידע הפדגוגי-התוכני של הגננות נמצא חסר הן בידע שלהן על תפיסות אופייניות של ילדים הן ביכולתן לעצב מטלות. הממצאים הראו, למשל, כי הגננות מזהות דוגמאות ואי-דוגמאות טיפוסיות למשולש ולמחומש, אך הן מודעות פחות לדוגמאות ולאי-דוגמאות שאינן אינטואיטיביות. בהתייחס למרכיב השני של הידע הפדגוגי-התוכני, כלומר, עיצוב מטלות לאבחון הידע של ילדים בנוגע למשולשים ולמחומשים נמצא כי הגננות מתמקדות בעיקר בהצגת דוגמאות של הצורה וכמעט אינן מתייחסות להצגת אי-דוגמאות של הצורה.

לפני לימוד פורמלי בבית הספר הילד פוגש צורות בגן הילדים. למפגש זה חשיבות רבה: האם נחזק את החשיבה החזותית הכללית של הילד? האם נציג אי-דוגמאות שיבליטו את תכונות הצורה? התייחסות הגננת לא רק להצגת דוגמאות אלא גם להצגת אי-דוגמאות אינטואיטיביות ושאינן אינטואיטיביות מאפשרת להבנות דימויי מושגים עשירים בגן. לפיכך אנו רואות חשיבות, כמו גם הגננות עצמן, נוסף על חיזוק הידע התוכני, בחיזוק הידע הפדגוגי-התוכני של הגננות, כלומר, להרחבת הידע של הגננות לגבי תפיסות אופייניות של ילדים בזיהוי דוגמאות ואי-דוגמאות של צורות הנדסיות ולפיתוח החשיבות והמודעות לשימוש במגוון רחב של דוגמאות ואי-דוגמאות.

בחינת הידע לגבי שני נושאים דומים – זיהוי משולשים וזיהוי מחומשים – הראתה דמיון ושוני בידע התוכני ובידע הפדגוגי-התוכני לגבי שני הנושאים. בדיקה זו מאפשרת לאתר סוגיות הראויות לטיפול באופן רחב לגבי צורות למיניהן (למשל, הבהרת המושגים קדקוד וצלע בהתייחס למצולעים באופן כללי).

ברכישת מושג מתמטי נדרשים חקירה, ארגון מחדש וקשר בין דוגמאות ואי-דוגמאות. טווח הדוגמאות שתלמידים מכירים הוא בדרך כלל צר מדיי (Watson & Mason, 2005). אחת המטרות בהוראת מתמטיקה היא להרחיב טווח זה. חשוב לבחור באוסף בעל משמעות של דוגמאות ושל אי-דוגמאות. אנו ממליצות להדגיש לגננות בהשתלמויות לקידום מקצועי את חשיבות בחירת הדוגמאות והאי-דוגמאות שיוצגו לילד במהלך רכישת מושג. אנו רואות בטבלאות הדו-ממדיות שהצגנו בפרק המתודולוגיה (טבלאות 2 ו-3) כלים מארגנים לבחירת דוגמאות ואי-דוגמאות שיוצגו לילדים. הטבלאות ממיינות את הצורות לארבע קבוצות: (1) דוגמאות אינטואיטיביות; (2) דוגמאות שאינן אינטואיטיביות; (3) אי-דוגמאות אינטואיטיביות; (4) אי-דוגמאות שאינן אינטואיטיביות. ההתייחסות לתכונות הקריטיות של המושגים יכולות לסייע בתכנון מטלות אבחון ובניית מטלות לקידום ידע על המושג הנלמד. הפעלת המטלות באמצעות הגננות בגן הילדים תוך תיעוד עצמי ולאחריו ניתוח משותף עם כלל הגננות על דרך הפעלת המטלות ועל התשובות ודרכי החשיבה של הילדים יכולה לסייע בהעמקת הידע הפדגוגי-התוכני של הגננות בהוראת המתמטיקה בגן הילדים.

נסיים בהתייחסות למסגרת העבודה שהוצעה בטבלה 1 ונציין כי מסגרת זו אפשרה לבחון בצורה שיטתית היבטים עיקריים בנוגע לידע של הגננות, ידע הנדרש להוראת שני נושאים הכלולים בתכנית הלימודים בגן הילדים: תחושת המסוגלות העצמית לגביהם והתאמה בין כל אחד מהיבטי הידע ובין תחושת המסוגלות העצמית. ראוי שתכניות לקידום ידע מקצועי של מורים יתייחסו בין השאר לידע הנדרש להוראה המצוי אצל המורים לפני תחילת התכנית ולתחושת המסוגלות העצמית שלהם לגבי הוראת הנושאים הנלמדים באותה תכנית (כפי שתכניות לימוד לתלמידים מתייחסות לידע קודם ורלוונטי של התלמידים). יש מקום לבחון אם המסגרת שהוצעה לבדיקת הידע ותחושת המסוגלות המוצעת במאמר זה יכולה לשמש כלי שיסייע לתכניות קידום מקצועי של גננות ושל מורים לבחון, לפני תחילת ההשתלמות, את הידע הנדרש להוראת הנושאים הכלולים בהשתלמות, את תחושת המסוגלות העצמית ואת ההלימה ביניהם לגבי הוראת נושאים מתמטיים שאותם הם מלמדים. מידע זה יסייע לתכנן ביעילות את התכניות האלה.

מקורות

Ashton, P. T., & Webb, R. B. (1986). *Making a difference: Teachers' sense of efficacy and student achievement*. New York: Longman.

Australian Association of Mathematics Teachers and Early Childhood Australia (AAMT & ECA) (2006). Position paper on early childhood mathematics. Retrieved January 20, 2009.

http://www.aamt.edu.au/documentation/statements

Ball, D., Thames, M., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching. *Journal of Teacher Education, 59(5),* 389-407.

Bandura, A. (1997). *Self-efficacy: The exercise of control*. New York: W. H. Freeman and Company.

Clements, D. H., Swaminathan, S., Hannibal, M. A. Z., & Sarama, J. (1999). Young children's concepts of shape. *Journal for Research in Mathematics Education, 30,* 192-212.

Clements, D. H., & Sarama, J. (2007). Early childhood mathematics learning. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 461-556). Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Evans, E. D., & Tribble, M. (1986). Perceived teaching problems, self-efficacy and commitment to teaching among preservice teachers. *Journal of Educational Research, 80(2),* 81-85.

Farran, D. C., Lipsey, M., Watson, B., & Hurley, S. (2007). Balance of content emphasis and child content engagement in Early Reading First program. *Paper presented at the American Educational Research Association Annual Meeting*. Chicago, IL.

Ghaith, G., & Yaghi, M. (1997). Relationships among experience, teacher efficacy and attitudes toward the implementation of instructional innovation. *Teaching and Teacher Education, 13,* 451- 458.

Ginsburg, H. P., Lee, J. S., & Boyd, J. S. (2008). Mathematics education for young children: What it is and how to promote it. *Social Policy Report, XXII (I),* 1-22.

Hackett, G., & Betz, N. (1989). An exploration of the mathematics self-efficacy/mathematics performance correspondence. *Journal for Research in Mathematics Education, 20(3),* 261-273.

Hershkowitz, R. (1989). Visualization in geometry –Two sides of the coin. *Focus on Learning Problems in Mathematics, 11(1),* 61-76.

Hershkowitz, R. (1990). Psychological aspects of learning geometry. In P. Nesher & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics and cognition* (pp. 70-95). Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Jimerson, S., Egelnad, B., & Teo, A. (1999). A longitudinal study of achievement trajectories: Factors associated with change. *Journal for Educational Psychology, 91,* 116-126.

Jones, K., Mooney, C., & Harries, T. (2002). Trainee primary teachers' knowledge of geometry for teaching. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics, 22(2),* 95-100.

Lerman, S. (2009). Studying student teachers' voices and their beliefs and attitudes. In R. Even & D. L. Ball (Eds.), *The Professional Education and Development of Teachers of Mathematics: The 15th ICMI Study* (pp. 73-82). New York: Springer.

Meijer, C., & Foster, S. (1988). The effect of teacher self-efficacy on referral chance. *Journal of Special Education, 22,* 378-385.

National Association for the Education of Young Children & National Council for Teachers of Mathematics (NAEYC & NCTM) (2002). *Position statement. Early childhood mathematics: Promoting good beginnings*. Available:

www.naeyc.org/resources/position_statements/psmath.htm

Piaget, J., & Inhelder, B. (1958). *The growth of logical thinking from childhood to adolescence*. New York: Basic Books.

Podell, D. M., & Soodak, L. C. (1993). Teacher efficacy and bias in special education referral. *Journal of Educational Research, 86,* 247-253.

Practice Guidance for the Early Years Foundation Stage (2008). Retrieved April 9, 2009 from:

www.standards.dfes.gov.uk/eyfs/resources/downloads/practice-guidance.pdf

Sarikaya, H., Cakiroglu, J., & Tekkaya, C. (2005). Self-efficacy, attitude and science knowledge. *Academic Exchange Quarterly, 9,* 38-43.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher, 15(2),* 4-14.

Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review, 57,* 1-22.

Tirosh, D., Tsamir, P., Tabach, M., Levenson, E., & Barkai, R. (2011). Geometrical knowledge and geometrical self-efficacy among abused and neglected kindergarten children. sciEd: *Scientific Journal for Science and Mathematics Educational Research, 2(1),* 23-36.

Törner, G. (2002). Mathematical beliefs. In G. C. Leder, E. Pehkonen & G. Törner (Eds.), *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* (pp. 73-94). The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Tsamir, P., Tirosh, D., & Levenson, E. (2008a). Intuitive nonexamples: The case of triangles. *Educational Studies in Mathematics, 69(2),* 81-95.

Tsamir, P., Tirosh, D., & Levenson, E. (2008b). Exploring the relationship between justification and monitoring among kindergarten children. *Proceedings of the 6th congress of the european society for research in mathematics education.* January 28 – February 2, 2009, Lyon, France.

Tsamir, P., Tirosh, D. (2009). Affect, Subject Matter Knowledge and Pedagogical Content Knowledge: The Case of a Kindergarten Teacher. In J. Maaß & W. Schlöglmann (Eds.), Beliefs and Attitudes in Mathematics Education: New research results (pp. 19-32). Rotterdam, The Netherlands: Sense.

Van Hiele, P. M., & van Hiele, D. (1958). A method of initiation into geometry. In H. Freudenthal (Ed.), *Report on methods of initiation into geometry* . Groningen: Walters.

Watson, A., & Mason, J. (2005). *Mathematics as a Constructive Activity: Learners generating examples*. Mahwah: Erlbaum.

אתרים מקוונים

משרד החינוך, תכנית הלימודים במתמטיקה לחינוך הקדם יסודי

http://cms.education.gov.il/EducationCMS/Units/Tochniyot_Limudim/KdamYesodi/TochniyotLimudim/Math.htm?wbc_purpose=basic&WBCMODE=presentationunpublished